ТЕМА: **Прямоугольная (декартова) система координат в пространстве.**

В тетради запишите тему урока. Выполните задания, отмеченные значком ●.

● Прочитайте.

Если через точку пространства проведены три попарно перпендикулярные прямые, на каждой из них выбрано направление (оно обозначается стрелкой) и выбрана единица измерения отрезков*, то говорят, что задана **прямоугольная система координат** в пространстве (рис. 121). Прямые с выбранными на них направлениями называются **осями координат**, а их общая точка — **началом координат**. Она обозначается обычно буквой O. Оси координат обозначаются так: Ox, Oy, Oz — и имеют названия: ось абсцисс, ось ординат, ось аппликат. Вся система координат обозначается $Oxyz$. Плоскости, проходящие соответственно через оси координат Ox и Oy, Oy и Oz, Oz и Ox, называются **координатными плоскостями** и обозначаются Oxy, Oyz, Ozx.

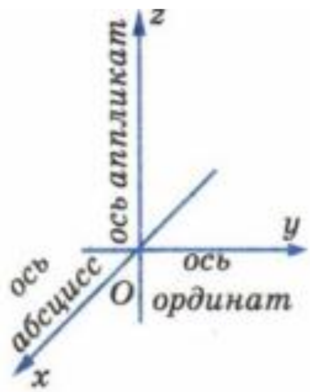

Рис. 121

Точка O разделяет каждую из осей координат на два луча. Луч, направление которого совпадает с направлением оси, называется **положительной полуосью**, а другой луч — **отрицательной полуосью**.

В прямоугольной системе координат каждой точке M пространства сопоставляется тройка чисел, которые называются ее **координатами**. Они определяются аналогично координатам точек на плоскости. Проведем через точку M три плоскости, перпендикулярные к осям координат, и обозначим через M_1, M_2 и M_3 точки пересечения этих плоскостей соответственно с осями абсцисс, ординат и аппликат (рис. 122). Первая координата точки M (она называется **абсциссой** и обозначается обычно буквой x) определяется так: $x = OM_1$, если M_1 — точка положительной полуоси; $x = -OM_1$, если M_1 — точка отрицательной полуоси; $x = 0$, если M_1 совпадает с точкой O. Аналогично с помощью точки M_2 определяется вторая координата **(ордината)** y точки M,

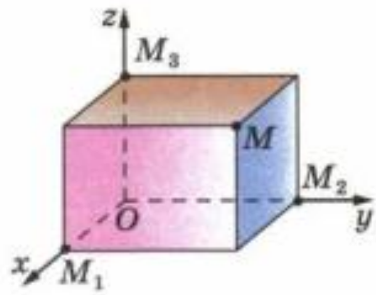

Рис. 122

●Перечертите рисунок 121

а с помощью точки M_3 — третья координата **(аппликата)** z точки M. Координаты точки M записываются в скобках после обозначения точки: $M\ (x;\ y;\ z)$, причем первой указывают абсциссу, второй — ординату, третьей — аппликату. На рисунке 123 изображены шесть точек $A\ (9;\ 5;\ 10)$, $B\ (4;\ -3;\ 6)$, $C\ (9;\ 0;\ 0)$, $D\ (4;\ 0;\ 5)$, $E\ (0;\ 3;\ 0)$, $F\ (0;\ 0;\ -3)$.

Если точка $M\ (x;\ y;\ z)$ лежит на координатной плоскости или на оси координат, то некоторые ее координаты равны нулю. Так, если $M \in Oxy$, то аппликата точки M равна нулю: $z = 0$. Аналогично если $M \in Oxz$, то $y = 0$, а если $M \in Oyz$, то $x = 0$. Если $M \in Ox$, то ордината и аппликата точки M равны нулю: $y = 0$ и $z = 0$ (например, у точки C на рисунке 123). Если $M \in Oy$, то $x = 0$ и $z = 0$; если $M \in Oz$, то $x = 0$ и $y = 0$. Все три координаты начала координат равны нулю: $O\ (0;\ 0;\ 0)$.

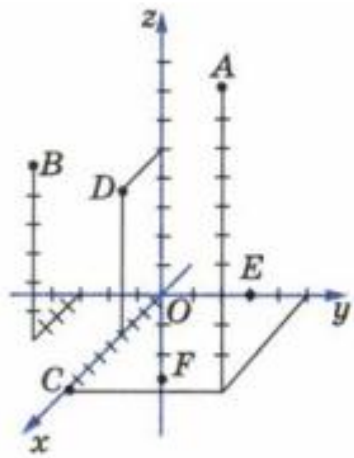

Рис. 123

●По рисунку 123 выпишите координаты точек А, В, С, Д, Е, F

●Запишите в тетрадь: *Координаты точки записываются в круглых скобках, координаты вектора записываются в фигурных скобках.*

Рассмотрим правила, которые позволяют по координатам данных векторов найти координаты их суммы и разности, а также координаты произведения данного вектора на данное число.

1^0. Каждая координата суммы двух или более векторов равна сумме соответствующих координат этих векторов. Другими словами, если $\vec{a}\{x_1; y_1; z_1\}$ и $\vec{b}\{x_2; y_2; z_2\}$ — данные векторы, то вектор $\vec{a}+\vec{b}$ имеет координаты $\{x_1 + x_2; y_1 + y_2; z_1 + z_2\}$.

2^0. Каждая координата разности двух векторов равна разности соответствующих координат этих векторов. Другими словами, если $\vec{a}\{x_1; y_1; z_1\}$ и $\vec{b}\{x_2; y_2; z_2\}$ — данные векторы, то вектор $\vec{a}-\vec{b}$ имеет координаты $\{x_1 - x_2; y_1 - y_2; z_1 - z_2\}$.

3^0. Каждая координата произведения вектора на число равна произведению соответствующей координаты вектора на это число. Другими словами, если $\vec{a}\{x; y; z\}$ — данный вектор, α — данное число, то вектор $\alpha\vec{a}$ имеет координаты $\{\alpha x; \alpha y; \alpha z\}$.

●Запишите правила 1º, 2º и 3º в тетрадь. Формулы запишите в «шпаргалку».

●Спишите пример в тетрадь:

Даны векторы $\vec{a}\{2, 5, 0\}$ и $\vec{b}\{3, 2, 8\}$.
Найти а) $\vec{a}+\vec{b}$ б) $\vec{a}-\vec{b}$ в) $4\vec{b}$
Решение
а) $\vec{a}+\vec{b}$ {2+3; 5+2; 0+8}
$\vec{a}+\vec{b}$ {5; 7; 8} Ответ: {5; 7; 8}
б) $\vec{a}-\vec{b}$ {2–3; 5–2; 0–8}
$\vec{a}-\vec{b}$ {–1; 3; –8} Ответ: {–1; 3; –8}
в) $4\vec{b}$ {4·3; 4·2; 4·8}
$4\vec{b}$ {12; 8; 32} Ответ: {12; 8; 32}

Рассмотрим две произвольные точки: точку M_1 с координатами $(x_1; y_1; z_1)$ и точку M_2 с координатами $(x_2; y_2; z_2)$

С этой целью рассмотрим вектор $\overrightarrow{M_1M_2}$. Его координаты равны $\{x_2 - x_1; y_2 - y_1; z_2 - z_1\}$.

●Спишите пример в тетрадь:

Даны точки А(4; 7; 2) и В(6; 3; 5). Найти координаты вектора $\overrightarrow{AB}$.
Решение: Точка А начало вектора, точка В – конец вектора. Чтобы найти координаты вектора – из координат «конца» вычтем координаты «начала»
$\overrightarrow{AB}$ {6–4; 3–7; 5–2}
$\overrightarrow{AB}$ {2; –4; 3}

Ответ: $\overrightarrow{AB}$ {2; –4; 3}

Возьмем два произвольных вектора $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Отложим от какой-нибудь точки O векторы $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ и $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$. Если векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ не являются сонаправленными, то лучи OA и OB образуют угол AOB (рис. 133). Градусную меру этого угла обозначим буквой α и будем говорить, что **угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен** α. Если же векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ сонаправлены, в частности один из них или оба нулевые, то будем считать, что угол между ними равен 0°. Если угол между векторами равен 90°, то векторы называются **перпендикулярными**. Угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ обозначается так: $\widehat{\vec{a}\,\vec{b}}$.

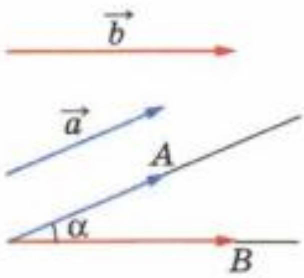

Рис. 133

На рисунке 134 изображено несколько векторов. Углы между ними таковы: $\widehat{\vec{a}\,\vec{b}} = 30°$, $\widehat{\vec{a}\,\vec{c}} = 120°$, $\widehat{\vec{a}\,\vec{d}} = 60°$, $\widehat{\vec{b}\,\vec{c}} = 90°$, $\widehat{\vec{d}\,\vec{f}} = 0°$, $\widehat{\vec{d}\,\vec{c}} = 180°$. На этом рисунке $\vec{b} \perp \vec{c}$, $\vec{b} \perp \vec{d}$, $\vec{b} \perp \vec{f}$.

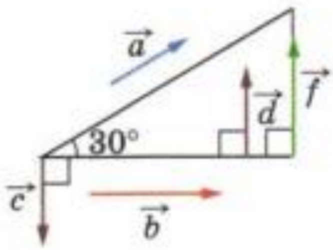

Рис. 134

●Начертите рисунок 134 в тетради. Запишите углы между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$, $\vec{a}$ и $\vec{c}$, $\vec{a}$ и $\vec{d}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$,

$\vec{d}$ и $\vec{f}$, $\vec{d}$ и $\vec{c}$.

Скалярным произведением двух векторов называется произведение их длин на косинус угла между ними. Скалярное произведение векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ обозначается так: $\vec{a}\vec{b}$. Таким образом,

$$\vec{a}\vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos(\widehat{\vec{a}\,\vec{b}}).$$ *

Скалярное произведение двух векторов можно вычислить, зная координаты этих векторов: **скалярное произведение векторов $\vec{a}\,\{x_1; y_1; z_1\}$ и $\vec{b}\,\{x_2; y_2; z_2\}$ выражается формулой $\vec{a}\,\vec{b} = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2$.** Это утверждение доказывается точно так же, как в планиметрии. *

Косинус угла α между ненулевыми векторами $\vec{a}\,\{x_1; y_1; z_1\}$ и $\vec{b}\,\{x_2; y_2; z_2\}$ вычисляется по формуле

$$\cos\alpha = \frac{x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}.$$ *

В самом деле, так как

$$\vec{a}\,\vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos\alpha,$$

то

$$\cos\alpha = \frac{\vec{a}\,\vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}.$$ *

●Выпишите в тетрадь формулы, отмеченные звездочкой.

●Запишите в тетрадь: *если косинус угла - число положительное, то угол между векторами острый, если косинус угла - число отрицательное, то угол между векторами тупой, если косинус угла равен нулю, то угол между векторами прямой.*

Сфотографируйте работу и отправьте Слудниковой Н.В. на электронный адрес nata23sl@yandex.ru 19.10.20 до 17 часов вечера.